

被动合成阵列极大似然参数估计的快速方法

侯云山, 黄建国, 金勇

(西北工业大学航海学院, 710072, 西安)

摘要: 针对被动合成阵列的极大似然目标参数估计方法(pasaML)计算量大的问题,探索利用 Markov Monte Carlo(MCMC)类方法降低计算量. 将完备抽样方法(PS)与 pasaML 方法相结合,提出一种基于完备抽样的频率-方位联合估计新方法(PS-pasaML)来联合估计多个目标的频率和方位. 首先将 pasaML 方法的谱函数视为频率和方位的联合概率密度函数,构造并证明了具有单调保偏序性质的更新函数,然后产生 2 条 Markov 链的初始方位角向量,使用更新函数确定 Markov 链在状态空间中的转移方向,并通过在全局状态空间和局部状态空间之间的跳转抽样来提高运算速度,最后由融合时间判决 Markov 链的平稳性,对其求期望从而获得目标方位的最终估计. 仿真实验表明,在目标个数较少时,PS-pasaML 方法不仅保持了 pasaML 方法的高分辨率能力,而且计算复杂度降低为 pasaML 方法的 1/7 左右.

关键词: 目标参数估计;完备抽样;联合估计;计算复杂度

中图分类号: TN911.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2009)12-0106-05

Fast Algorithm of the Maximum Likelihood Parameter Estimation for Passive Synthetic Arrays

HOU Yunshan, HUANG Jianguo, JIN Yong

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, 710072, China)

Abstract: A class of Markov Monte Carlo methods is explored to reduce the heavy computation load of the maximum likelihood parameter estimation method for passive synthetic arrays (pasaML). The method combines the perfect sampling technique with the pasaML method to form a frequency-azimuth joint estimation method (called PS-pasaML) to estimate the frequencies and directions of multiple sources at the same time. The power of the pasaML spectrum function is regarded as the target distribution of azimuths and frequency, and an updating function with monotone property is constructed and proved. Then the initial azimuth vectors of two Markov chains are produced and the updating function is used to determine the transfer directions of the Markov chains in the state space. The computational speed is accelerated by switching the sampling process between the global state space and local state spaces. The stationary of the Markov process is judged by the coalescence time, and the expectation of the stationary yields the final estimation of the target azimuths. Simulation results show that when the source number is small, the proposed method, retains the high-resolution performance of the pasaML method, and the computational complexity is only 1/7 of the pasaML method.

Keywords: target parameter estimation; perfect sampling; joint estimation; computational complexity

在测量水下声场时广泛使用线列阵和常规波束形成方法^[1]. 对于频率为几百赫兹的信号来说,为了得到较高的角度分辨率,需要长度为几十米到几百米长的物理阵列. 然而,由于工程技术实现方面的困难和航行器自身尺寸的限制,不可能制造和使用太长的水下阵列.

被动合成孔径(PASA)技术利用阵列运动和窄带信号的时域相干性来构建一个长的合成阵列,从而达到提高波束形成性能的目的.

目前 PASA 技术有 3 种较成熟的方法,分别是 ETAM 方法^[2]、ML 方法^[3]和 FFTSA 方法^[4],它们都是针对连续单频信号进行处理的. 其中只有 ML 方法可以同时得到目标的频率和方位并且具有很好的性能. 但是,ML 方法需要对目标的频率和方位进行二维搜索,且到水下合成孔径需要长达几十秒到上百秒的观测数据,计算量和存储量都是很大的,因此该方法很难在工程实践中应用. 为了避免和基于常规物理阵列的方位估计极大似然方法混淆,本文称这种被动合成阵列的 ML 算法为 pasaML 算法.

近年来,作为减少多维目标参数估计的运算量的重要手段,Markov Monte Carlo(MCMC)方法在统计信号处理领域应用的重要性日益突出^[5-9]. 在各种 MCMC 方法中,Gibbs 抽样由于理论简单,获得了最广泛的应用,但是 Gibbs 抽样存在 burn-in 区^[9],目前关于 burn-in 区的解析判决方法没有得到解决,为了保证 Markov 链的收敛,抽样次数应尽可能多,增大了计算量.

本文将一类 MCMC 方法——完备抽样^[5]方法与被动合成阵列的极大似然估计方法(pasaML)相结合,提出一种基于完备抽样的被动合成阵列的极大似然估计方法(PS-pasaML),此方法具有运算量小、估计性能优的特点,在低信噪比条件下与 pasaML 基本相同,不需要确定初始角度和搜索步长,实际应用方便.

1 被动合成阵列的极大似然估计方法

假设具有 M 个阵元的线阵沿着 X 轴方向以速度 v 做匀速直线运动,有一个频率为 f 的远场目标和阵列法线的夹角为 θ .

被动合成阵列的极大似然估计方法通过搜索 ϕ 和 ω 来确定 f 和 θ 的值,也就是最大化下式

$$p(f,\theta)=\left|\Delta t\sum_{n=0}^{M-1}e^{-jn\phi}\sum_{i=1}^Ny_n(i\Delta t)e^{-j\omega i\Delta t}\right| \quad (1)$$

式中: Δt 为采样时间间隔; N 为全部采样点数;

$$\omega=2\pi f\left(1+\frac{v\sin\theta}{c}\right) \quad (2)$$

$$\phi=\frac{d}{c}2\pi f\sin\theta \quad (3)$$

M 个复函数 $Y_n(\omega)=\sum_t y_n(t)e^{-j\omega t}, (n=1,2,\cdots,M)$ 给出了阵元的时间序列 $y_n(t)$ 在 ω 处的电压谱. 这些函数通过在 $(-\pi,\pi)$ 上搜索 ϕ 的相移求和直到最大函数出现.

2 基于完备抽样的被动合成阵列的极大似然估计方法

2.1 完备抽样

完备抽样是 MCMC 方法中的新兴抽样方法,近几年来在统计信号处理领域的应用得到了重视^[5],其基本思想是通过多条 Markov 链的融合来确定 burn-in 时间. 由于采用融合判决来确定 Markov 链的稳定时间,避免了 Gibbs 抽样中的冗余抽样,因此完备采样的计算量要小于 Gibbs 抽样等抽样方法.

在完备抽样的过程中,一个非常重要的组成部分是更新(update)函数的选择. 更新函数是一个随机映射,它必须要保证 Markov 链融合,将 Markov 链的下一个状态表示为 Markov 链当前状态和一个随机数的函数,即

$$x_{t+1}=\text{update}(x_t,R_{t+1}) \quad (4)$$

式中: x_{t+1} 为 Markov 链的下一个状态; x_t 为 Markov 链的当前状态; R_{t+1} 为 $(0,1)$ 之间的随机数; $\text{update}(\cdot,\cdot)$ 为更新函数. 为了保证 Markov 链融合,任何 Markov 链在同一时刻的 R_{t+1} 应当相同.

2.2 更新函数的确定

为了保证融合的有效性,完备抽样要求初始状态应该覆盖状态空间的所有状态,而对于连续状态空间,由于状态空间中状态子的无限性,造成完备抽样算法难以应用. 但是我们注意到,如果能够找到一个状态空间上的具有单调保偏序性质的更新函数,那么可以将状态空间中任意 2 个状态作为 2 条 Markov 链的初始状态,以这 2 条 Markov 链的融合判决来确定 Markov 链的稳定时间,最后由稳定后的 Markov 链完成参数估计.

首先我们定义一个状态空间,以 pasaML 算法的空间谱确定状态空间的状态子之间的序关系,即如果 $P(\Theta)\leq P(\Phi)$,则 $\Theta<\Phi$,否则 $\Phi>\Theta$,其中 $P(\Theta)$

为状态子 Θ 的空间谱函数.

定理 1 定义更新函数 $\text{update}(\Theta, \Phi, R) = z(\alpha, R)$, 则该函数对于很大的 γ , 以概率 1 逼近一个单调保偏序映射. 其中 Φ 为状态空间的当前状态, α 称为判决函数

$$\alpha(\Theta, \Phi) = \min \left\{ 1, \left(\frac{P(\Phi)}{P(\Theta)} \right)^\gamma \right\} \quad (5)$$

$$z(\alpha, R) = \begin{cases} \Theta & R > \alpha \\ \Phi & R \leq \alpha \end{cases} \quad R \in U_{[0,1]} \quad (6)$$

式中: $U_{[0,1]}$ 是 $[0, 1]$ 之间的均匀分布函数.

证明 不失一般性, 设 $\Theta_1 < \Theta_2$, 即 $P(\Theta_1) \leq P(\Theta_2)$.

(1) 假设 $\Phi > \Theta_2$, 由式 (4) 可得 $\alpha = 1$, 代入式 (6), 得

$$\text{update}(\Theta_1, \Phi, R) = \text{update}(\Theta_2, \Phi, R) = \Phi \quad (7)$$

即

$$\text{update}(\Theta_1, \Phi, R) < \text{update}(\Theta_2, \Phi, R)$$

(2) 假设 $\Theta_1 < \Phi < \Theta_2$, 类似于步骤 (1), 可以得到 $\text{update}(\Theta_1, \Phi, R) = \Phi$, 因为 $\Phi < \Theta_2$, 所以 $P(\Phi) \leq P(\Theta_2)$, 又因为 $\gamma \rightarrow +\infty$, 所以可得到 $\alpha \rightarrow 0$, 于是有

$$\text{update}(\Theta_2, \Phi, R) \xrightarrow{P=1} \Theta_2 \quad (8)$$

式中: $\xrightarrow{P=1}$ 表示以概率 1 逼近, 即 $\text{update}(\Theta_1, \Phi, R) < \text{update}(\Theta_2, \Phi, R)$.

(3) 假设 $\Phi < \Theta_1$, 类似于步骤 (1)、(2), 可以得到

$$\begin{aligned} \text{update}(\Theta_1, \Phi, R) &\xrightarrow{P=1} \Theta_1 \\ \text{update}(\Theta_2, \Phi, R) &\xrightarrow{P=1} \Theta_2 \end{aligned} \quad (9)$$

即

$$\text{update}(\Theta_1, \Phi, R) < \text{update}(\Theta_2, \Phi, R)$$

由以上证明可以看出, 经过函数 $\text{update}(\Theta, \Phi, R)$ 的映射后, 状态子的序关系没有改变, 所以函数 $\text{update}(\Theta, \Phi, R)$ 为单调保偏序映射.

2.3 PS-pasaML 方法的具体步骤

PS-pasaML 是一种频率和方位角联合估计的方法. 下面仅以方位角的抽样为例(频率的抽样采取类似的步骤), 把基于完备抽样的被动合成阵列极大似然方位估计方法的具体实现步骤归纳如下.

(1) 产生 2 条 Markov 链的初始方位角向量 Θ_0^j , $j=1, 2$, $\Theta_0^j = (\theta_1^j, \theta_2^j, \dots, \theta_K^j)$, 其中 K 是信号方位向量维数.

(2) 对每条 Markov 链, 产生新的候选状态, 由更新函数式 (6) 确定 Markov 链的转移方向. 由于全局状态空间比较大, 如果只在这个空间中抽样就比较耗时, 计算量大. 全局状态空间抽样在经过若干次迭代后(即大于一定的概率), 可能已经到了待估计

参数的真实值附近, 这时通过局部状态空间抽样就可以减少运算量. 因此, 我们通过在 2 种不同的状态空间中的跳转抽样来形成 Markov 链的转移方向: ①全局状态空间抽样, 即 Markov 链的下一个状态的候选状态从整个状态空间中产生; ②局部状态空间抽样, 即 Markov 链的下一个状态的候选状态从以当前状态为均值的一个标准高斯分布产生. Markov 链以概率 β 在 2 种不同的状态空间移动, 提高了运算速度.

全局状态空间抽样和局部状态空间抽样的算法步骤如下: ①全局状态空间抽样, 即从 K 维状态空间的均匀分布函数 $U_{[\theta_L, \theta_H]}^K$, 得到一个新的候选状态 Ω , 其中 $[\theta_L, \theta_H]$ 为角度搜索范围; ②局部状态空间抽样, 即从以 Θ_i 为均值的 K 维状态空间的标准高斯分布, 得到一个新的候选状态 Φ , 其中 Θ_i 为 Markov 链的当前状态; ③由式 (4) 得到判决函数 α ; ④产生 $R \sim U_{[0,1]}$, $U_{[0,1]}$ 为 $0, 1$ 之间的均匀分布函数, 如果 $R < \alpha$, $\Theta_{i+1} = \Omega$, 否则 $\Theta_{i+1} = \Theta_i$.

我们注意到, 全局状态空间抽样和局部状态空间抽样的区别仅在于候选状态的产生方式不同.

(3) 进行融合时间判决, 即若 $\max \{ \|\Theta_i^j - \Theta_i^2\| \} < \delta$, 其中范数 $\|\cdot\|$ 定义为 $\max_{m \in K} \{ |\theta_m^1 - \theta_m^2| \}$, 则取一个 $\forall \Theta_i^j$, $j=1, 2$ 做初始状态, 应用更新函数式 (8) 形成平稳的 Markov 链, 并对其求期望, 获得目标方位向量的最终估计, 否则转步骤 (2).

3 仿真结果及分析

为了评估 PS-pasaML 算法的性能, 我们进行了计算机仿真实验. 假设 2 个等强信号, 其频率-方位参数对分别为 (350 Hz, -3°) 和 (350 Hz, 3°), 均匀拖曳线阵的阵元个数为 4, 阵元间距为 2 m, 阵列运动速度为 2.5 m/s, 水中声速为 1 500 m/s, 采样频率为 2 kHz. 合成阵列的时间为 15 s.

图 1 和图 2 显示了信噪比为 10 dB 时, PS-pasaML 算法 2 条 Markov 链的融合效果. 可以看出, 经过 400 到 800 次迭代后, 2 条 Markov 链在信号真实值附近融合在一起.

图 3~图 5 比较了 pasaML、PS-pasaML 和基于 Gibbs 抽样的 pasaML(简称 Gibbs-pasaML) 3 种方法的估计性能. 在做对比实验时, 方位角的搜索范围为 $\theta_L = -10^\circ$, $\theta_H = 10^\circ$, 搜索步长为 0.2° , 频率的搜索范围为 $f_L = 200$ Hz, $f_H = 700$ Hz, 搜索步长为 1 Hz, 迭代次数为 200 次, 每个信噪比下做 100 次 Monte Carlo 实验. 由图 3 可以看出, 3 种方法的分

辨能力基本相同. 图 4 和图 5 表明,在信噪比高于 -5dB 时,PS-pasaML 方法估计出的 2 个信号的方位角和频率的均方根误差和 Gibbs-ML 相近,都是略大于 pasaML,而在低信噪比下(信噪比低于 -5dB),3 种方法估计 2 个信号的方位角和频率的均方根误差基本相同.

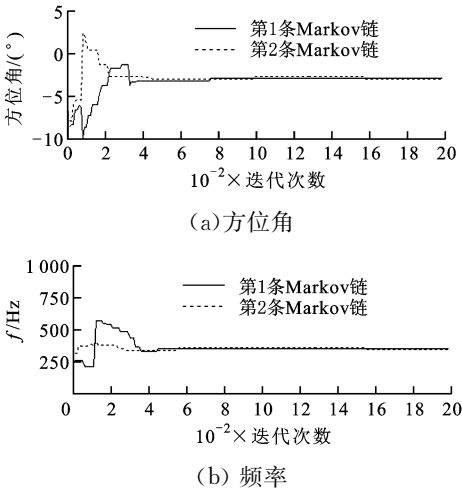


图 1 信号 1 的方位角和频率的 Markov 链融合过程

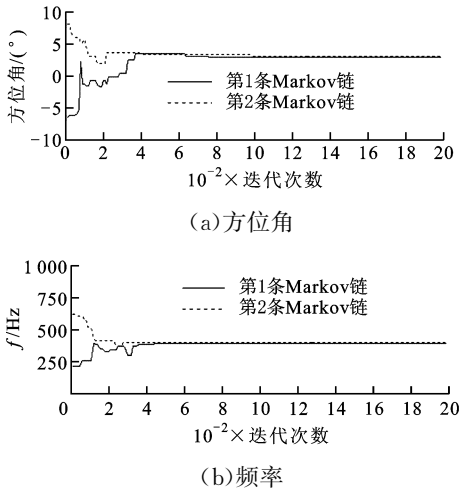


图 2 信号 2 的方位角和频率的 Markov 链融合过程

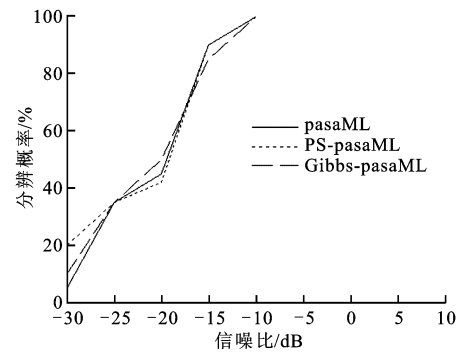


图 3 3 种方法在不同信噪比下的分辨概率比较

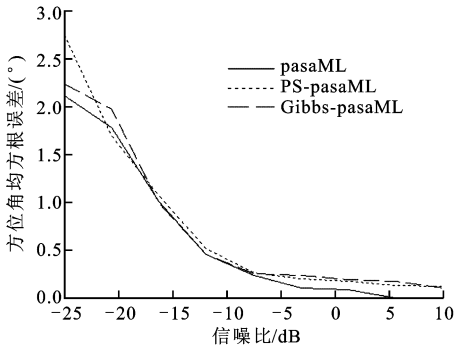


图 4 3 种方法估计信号的方位角均方根误差(2 个信号平均)

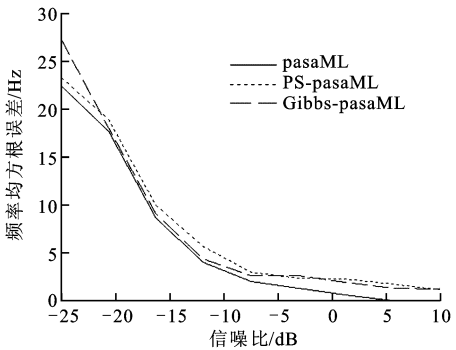


图 5 3 种方法估计信号的频率均方根误差(2 个信号平均)

4 计算量分析

依照上一小节的仿真参数,我们对 2 个目标时的计算量进行分析.

表 1 给出了 100 次 Monte Carlo 实验所得到的 Gibbs-pasaML 和 PS-pasaML 方法在不同信噪比条件下收敛至真实值附近所需要的平均迭代次数. 对于 Gibbs 抽样,在方位和频率域内的种子数分别为 $s_1=50$ 和 $s_2=100$.

表 1 不同信噪比条件下 2 种抽样方法的平均迭代次数

信噪比/dB	平均迭代次数	
	Gibbs-pasaML	PS-pasaML
-20	65.1	913.2
-15	67.8	921.6
-10	62.5	908.7
-5	58.2	877.4
0	53.3	865.3
5	47.1	860.4
10	50.5	826.2
15	46.3	781.3
20	44.6	726.9

若将 pasaML 方法进行一次谱峰搜索的计算量定义为 L ,则 pasapML 方法、Gibbs-pasaML 方法和

PS-pasaML方法的计算量(以 10 dB 为例)分别为

$$J_{\text{pasaML}} = ((\theta_H - \theta_L)/0.2)((f_H - f_L)/1.0)L = 50\,000L \quad (10)$$

$$J_{\text{Gibbs-pasaML}} = 2(s_1 + s_2)mL = 15\,150L \quad (11)$$

$$J_{\text{PS-pasaML}} = 2 \times 2n \times 2L = 6\,609.6L \quad (12)$$

可以看出,PS-pasaML方法的计算量大约是 Gibbs-pasaML方法的 1/2 和 pasaML方法的 1/7。

图 6 比较了上述 3 种方法在信噪比为 10 dB 的情况下,计算量随信号源数变化的情况。由于 pasaML 方法是在方位和频率域内做二维搜索来得到信号谱峰,因此其计算量与信号源的个数无关,在图 6 中显示为一条平行于 X 轴的直线,而 Gibbs-pasaML 方法则需要对每个信号都建一条 Markov 链,计算量线性增长,因此在图 6 中显示为一条斜线。对于 PS-pasaML 方法,计算量和信号源数之间不是线性关系,在信号源数较少时,其计算量大大低于 pasaML 和 Gibbs-pasaML 方法。

综上所述,在低信噪比和信号源较少的情况下,PS-pasaML 算法具有很好的工程应用价值。

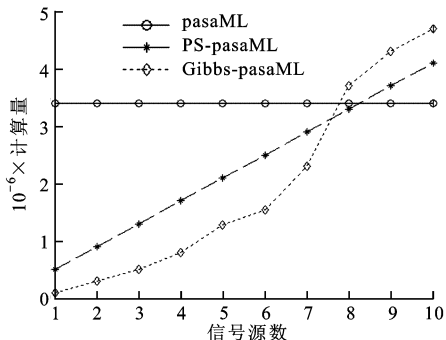


图 6 计算量比较

5 结 论

本文针对被动合成阵列极大似然估计方法计算量大的问题,利用 MCMC 方法,把完备抽样与 pasaML 方法相结合,提出了一种基于完备抽样的频率-方位联合估计方法——PS-pasaML 法,给出了方法的详细推导过程。仿真实验表明,本文方法在低信噪比条件下与 pasaML 方法的估计性能基本相同,而计算量在信号源个数较少时远小于 pasaML 方法。PS-pasaML 方法的提出为 pasaML 方法的实

际工程运用提供了新的途径。

参考文献:

- [1] 侯云山,黄建国,张立杰,等. 一种新的浅海目标方位估计方法[J]. 西安交通大学学报, 2008, 42(10): 1295-1299.
- [2] 李宇,黄勇,黄海宁. 空时被动合成孔径阵列处理算法研究[J]. 信号处理, 2008, 24(3): 426-430.
- [3] SULLIVAN E J, HOLMES J D, CAREY W M, et al. Broadband passive synthetic aperture: experimental results [J]. J Acoust Soc Am, 2006, 120(4): 71-77.
- [4] STERGIOPOULOS S, URBAN H. A new passive synthetic aperture technique for towed arrays [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, 1992, 17(1): 16-25.
- [5] LAROCQUE J R, REILLY J P. Reversible jump MC-MC for joint detection and estimation of sources in colored noise [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 52(2): 231-240.
- [6] DJURIC P M, HUANG Yufei, TADESSE G. Perfect sampling: a review and applications to signal processing [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(2): 345-356.
- [7] GUO Qinghua, LIAO Guisheng. Fast ML spectrum peak search via Metropolis-Hastings sample [J]. Journal of Electronics (China), 2005, 22(6): 599-604.
- [8] HUANG Jianguo, SUN Yi, LIU Kewei, et al. A new Gibbs sampling DOA estimator based on Bayesian method [C]//Proceedings of ICASSP. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2003: 229-232.
- [9] 金勇,黄建国,张立杰. 短采样宽带信号方位估计快速算法[J]. 电子与信息学报, 2008, 30(10): 2525-2528.
- [10] JIN Yong, HUANG Jianguo, ZHANG Lijie. DOA estimation fast algorithm for short sampling wideband signals [J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2008, 30(10): 2525-2528.

(编辑 刘杨)